Επιστημονικό Συνέδριο «Κύματα, Πιθανότητες και Αναμνήσεις»

Διάδοση θαλασσίων κυματισμών από την ανοικτή θάλασσα στην παράκτια ζώνη και εφαρμογές

Θεόδωρος Γεροστάθης
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
tgero@uniwa.gr

Διάδοση θαλασσίων κυματισμών και εφαρμογές

- Η μελέτη πλωτών σωμάτων, συσκευών παραγωγής ενέργειας από τη θάλασσα καθώς και η λειτουργία πλοίων στο παράκτιο περιβάλλον απαιτεί πληροφορία για το κυματικό πεδίο/τις κυματικές συνθήκες σε αυτό.

- Η διάδοση των θαλασσίων κυματισμών από την ανοικτή θάλασσα στην παράκτια ζώνη επηρεάζεται σημαντικά από
  - τις μεταβολές της βαθυμετρίας
  - την παρουσία ρευμάτων

Διάδοση θαλασσίων κυματισμών και εφαρμογές

- **Σκοπός της πολυετούς έρευνας και συνεργασίας**:
  - Η θεωρητική μελέτη και αριθμητική **επίλυση του προβλήματος αλληλεπίδρασης κύματος - ρεύματος - βαθυμετρίας σε ανομοιογενές θαλάσσιο περιβάλλον** και την εφαρμογή των αναπτυχθέντων μεθόδων για την **αντιμετώπιση προβλημάτων μηχανικού**.
  - Η **αξιοποίηση βάσεων δεδομένων ακτογραμμής**, **βαθυμετρίας** και **χρονοσειρών κυματικών παραμέτρων** σε συνδυασμό με **κυματικά μοντέλα σε ολοκληρωμένα υπολογιστικά περιβάλλοντα** για την συστηματική παραγωγή αντίστοιχων χρονοσειρών στην παράκτια ζώνη καθώς και την στατιστική τους ανάλυση.

Μεθοδολογία κατασκευής των κυματικών μοντέλων

- Στα πλαίσια των υποθέσεων της θεωρίας δυναμικού και μετά τη διαφορική διατύπωση του προβλήματος ως προς το άγνωστο κυματικό δυναμικό, τα βασικά μεθοδολογικά βήματα για την κατασκευή των κυματικών μοντέλων ήταν :
  - Κατασκευή κατάλληλης αναπαράστασης του άγνωστου δυναμικού με τη μορφή αθροίσματος συζευγμένων ιδιόμορφών με κατάλληλους όρους που να ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες στον πυθμένα και την ελεύθερη επιφάνεια
  - Μεταβολική διατύπωση του προβλήματος
  - Εφαρμογή της μεταβολικής διατύπωσης και την αναπαράστασης για την κατασκευή των διαφορικών εξισώσεων ως προς τα άγνωστα μιγαδικά πλάτη στο οριζόντιο επίπεδο
  - Κατασκευή κατάλληλου αριθμητικού σχήματος για την επίλυση των εξισώσεων με χρήση μεθόδων παράλληλης επεξεργασίας για την αντιμετώπιση προβλημάτων μεγάλης κλίμακας

Αναπαράσταση του δυναμικού σε σειρά τοπικών ιδιομορφών

- Το πρόβλημα για το δυναμικό που σχετίζεται με τη διάδοση/περίθλαση των κυματισμών στη περιοχή με μεταβαλλόμενη βαθυμετρία επιλύεται με κατάλληλη επέκταση του **Μοντέλου Συζευγμένων Ιδιομορφών**
[**Consistent Coupled-Mode model, Athanassoulis, G.A. & Belibassakis K.A. 1999, JFM**]
- Τα διάφορα μοντέλα που αναπτύχθηκαν βασίζονται στην βελτιωμένη αναπαράσταση του δυναμικού σε σειρά τοπικών ιδιομορφών :

$$\varphi_i(\mathbf{x},z)=\varphi_{-1}(\mathbf{x})Z_{-1}(z;\mathbf{x})+\varphi_0(\mathbf{x})Z_0(z;\mathbf{x})+\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_n(\mathbf{x})Z_n(z;\mathbf{x})$$

Ιδιομορφή κεκλιμένου πυθμένα

Διαδιδόμενη ιδιομορφή

Αποσβενύμενες ιδιομορφές

- Ο επιπλέον όρος $\varphi_{-1}(\boldsymbol{x})Z_{-1}(z;\boldsymbol{x})$, η **ιδιομορφή κεκλιμένου πυθμένα,** είναι όρος διόρθωσης ο οποίος καθιστά την αναπαράσταση συνεπή **με τη συνθήκης Neumann στο σύνορο του πυθμένα σε περιοχές με μεταβαλλόμενη βαθυμετρία**.
- Στην εργασία Papoutsellis *et al 2018, European Journal of Mechanics/B Fluids,* η παραπάνω αναπαράσταση έχει επεκταθεί για την αντιμετώπιση του πλήρους μη-γραμμικού προβλήματος.

Αναπαράσταση του δυναμικού σε σειρά τοπικών ιδιομορφών

Κατακόρυφη δομή του πεδίου:

$$Z_0(z;\mathbf{x}) = \frac{\cosh\left[k_0(\mathbf{x})\left(z+h(\mathbf{x})\right)\right]}{\cosh\left(k_0(\mathbf{x})h(\mathbf{x})\right)},$$ όπου, $$\mu h(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x})h(\mathbf{x})\ \tanh\left(k(\mathbf{x})h(\mathbf{x})\right)$$

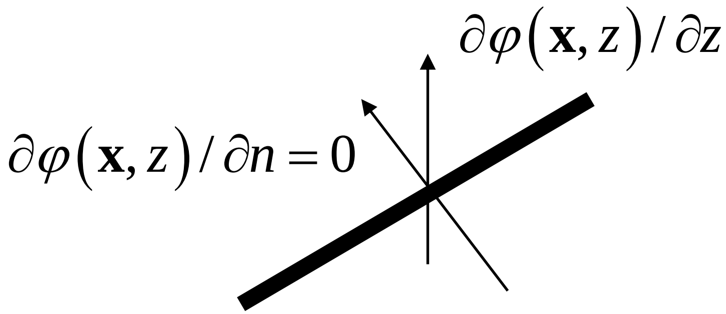
$$Z_n(z;\mathbf{x}) = \frac{\cos\left[k_n(\mathbf{x})\left(z+h(\mathbf{x})\right)\right]}{\cos\left(k_n(\mathbf{x})h(\mathbf{x})\right)},\ n=1,2,\ldots \qquad \mu h(\mathbf{x}) = -k(\mathbf{x})h(\mathbf{x})\ \tan\left(k(\mathbf{x})h(\mathbf{x})\right)$$

$$\mu = \sigma^2/g, \qquad \sigma = \omega - \mathbf{U}\cdot\mathbf{k}$$

Κατακόρυφη δομή της **ιδιομορφής κεκλιμένου πυθμένα** (κ-π).

Μια κατάλληλη είναι η ακόλουθη:

$$Z_{-1}(z;x) = h(x)\ \left(\left(z/h(x)\right)^3 + \left(z/h(x)\right)^2\right)$$



Εφαρμογές των κυματικών μοντέλων

- Μελέτη κυματισμών σε υποθαλάσσιο φαράγγι
- Κυματικά δεδομένα σε παγκόσμια κλίμακα
- Υδροελαστική ανάλυση πολύ μεγάλων πλωτών σωμάτων
- Wave Energy Converters (WECs)

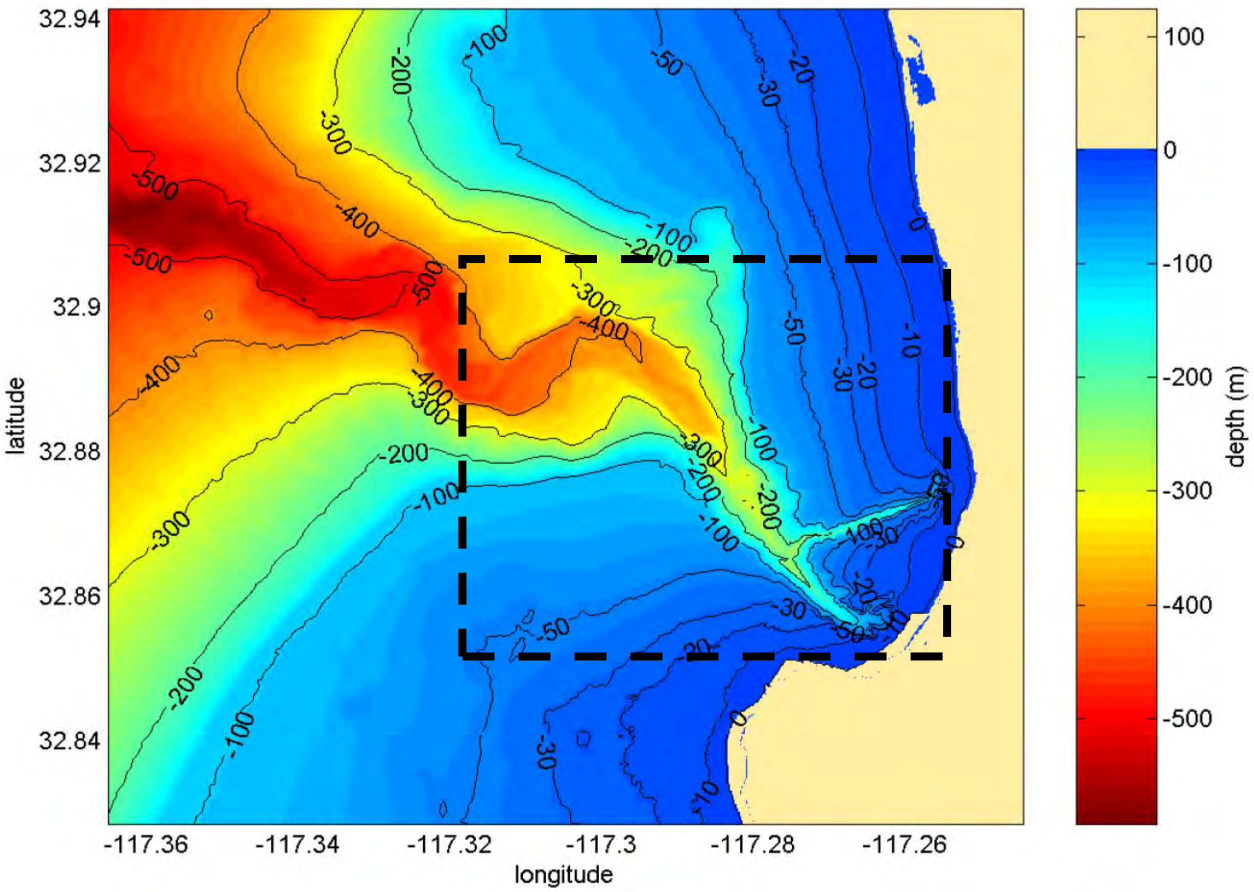
Υποθαλάσσιο φαράγγι

Pacific Ocean
South California

Swell dominated

West – Northwest
$\mathrm{T}p = 12 - 22s$

Corresponding wavelength:
$\lambda = 200m - \ 700m$



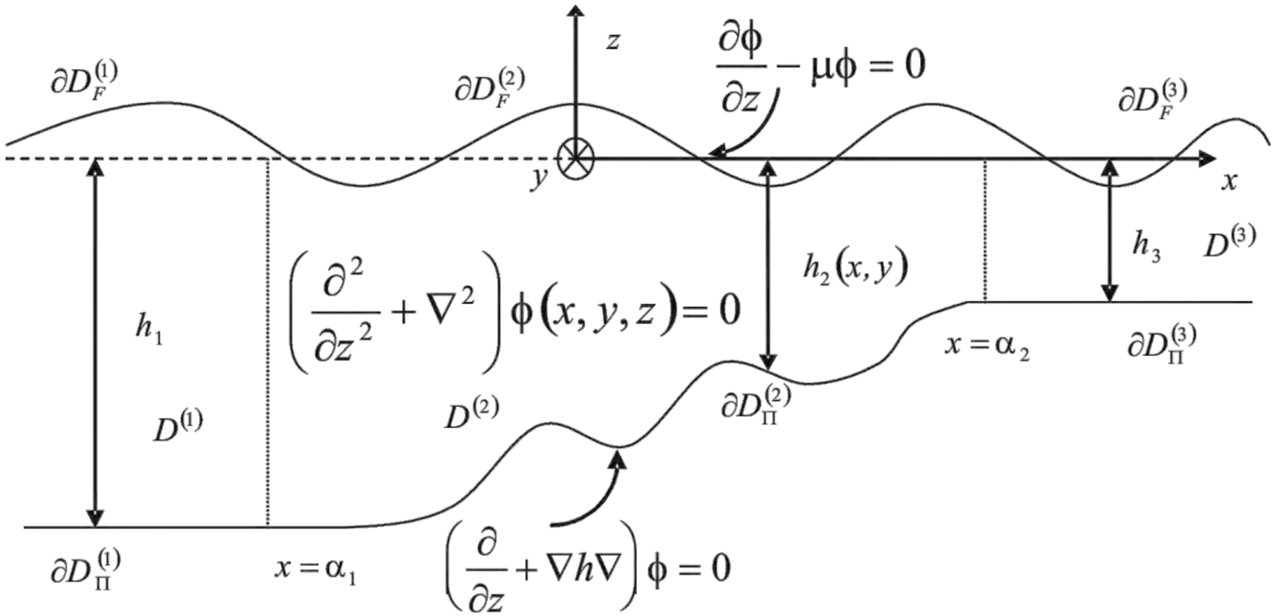
[Gerostathis, T., Belibassakis, K.A., Athanassoulis, G.A., 2008, JOMAE, Vol.130(1), 011001]

Η αναπαράσταση του συνολικού δυναμικού

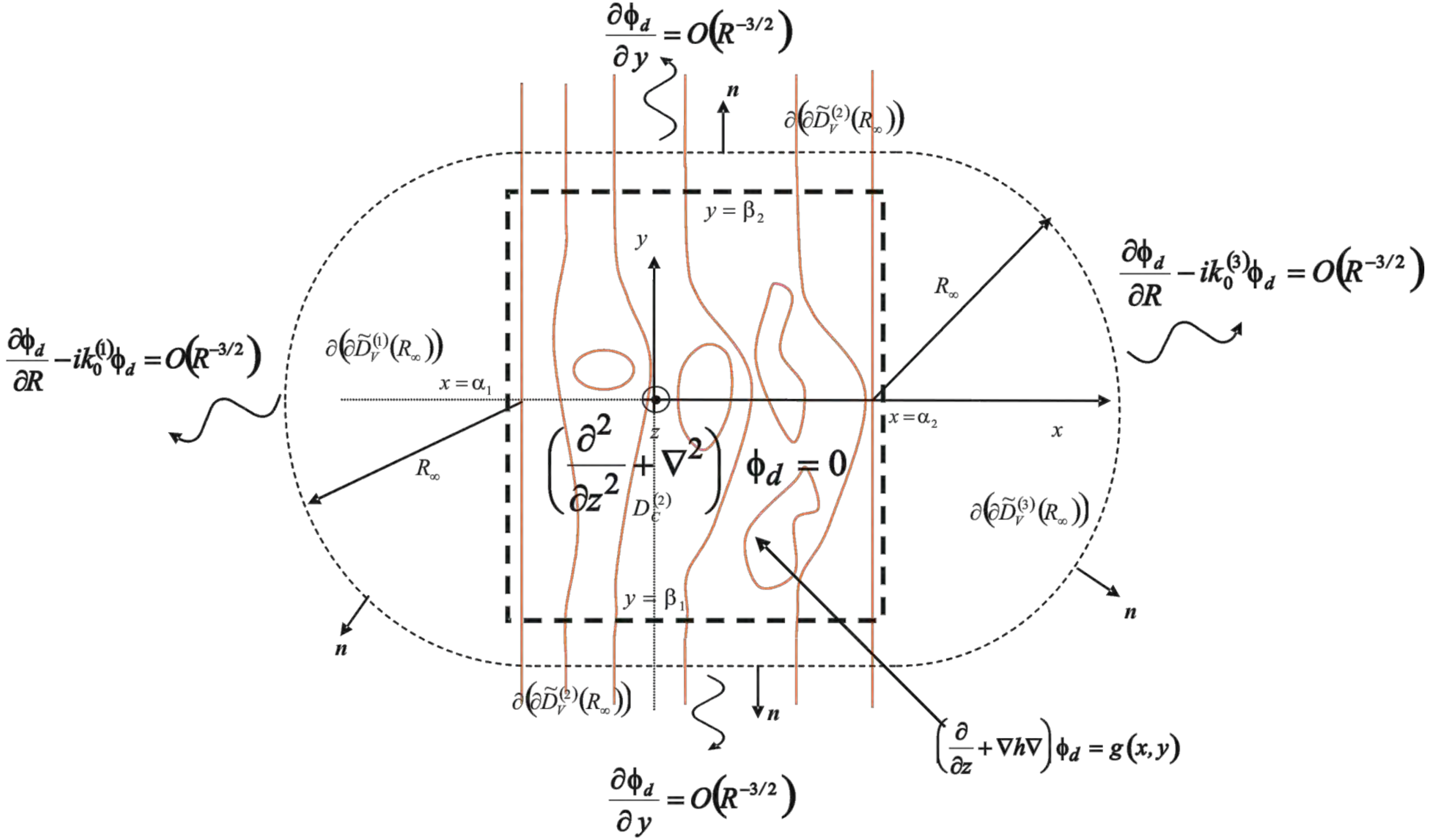
$$\phi(x,y,z)=\phi_i(x,y,z)+\phi_d(x,y,z)=\varphi_i(x,z)e^{ik_0^{(1)}\sin\theta_1 y}+\phi_d(x,y,z)$$

Total wave potential ***Obliquely incident potential*** ***Diffraction potential***

$h(x,y)$
$= h_i(x) + h_d(x,y)$



Το πρόβλημα για το δυναμικό περίθλασης



Το σύστημα ως προς τα συζευγμένα οριζόντια πλάτη των ιδιομορφών

$$\sum_{n=-1}^{\infty} a_{mn}(x,y)\nabla^2\varphi_n(x,y)+\boldsymbol{b}_{mn}(x,y)\;\nabla\varphi_n(x,y)+c_{mn}(x,y)\varphi_n(x,y)=g_m(x,y),\quad m=-1,0,1,....\quad (x,y)\in\partial\tilde{D}_F(R_\infty)$$

$$\sum_{n=-1}^{\infty} a_{mn}(x,y)\left(\frac{\partial\varphi_n(x,y)}{\partial\boldsymbol{n}}-ik_0^{(1)}\varphi_n(x,y)\right)=0,\qquad m=-1,0,1,....\qquad m=-1,0,1,....\quad (x,y)\in\partial^2\tilde{D}_V^{(1)}(R_\infty)$$

$$\sum_{n=-1}^{\infty} a_{mn}(x,y)\left(\frac{\partial\varphi_n(x,y)}{\partial\boldsymbol{n}}-ik_0^{(3)}\varphi_n(x,y)\right)=0,\qquad m=-1,0,1,....\quad (x,y)\in\partial^2\tilde{D}_V^{(3)}(R_\infty)$$

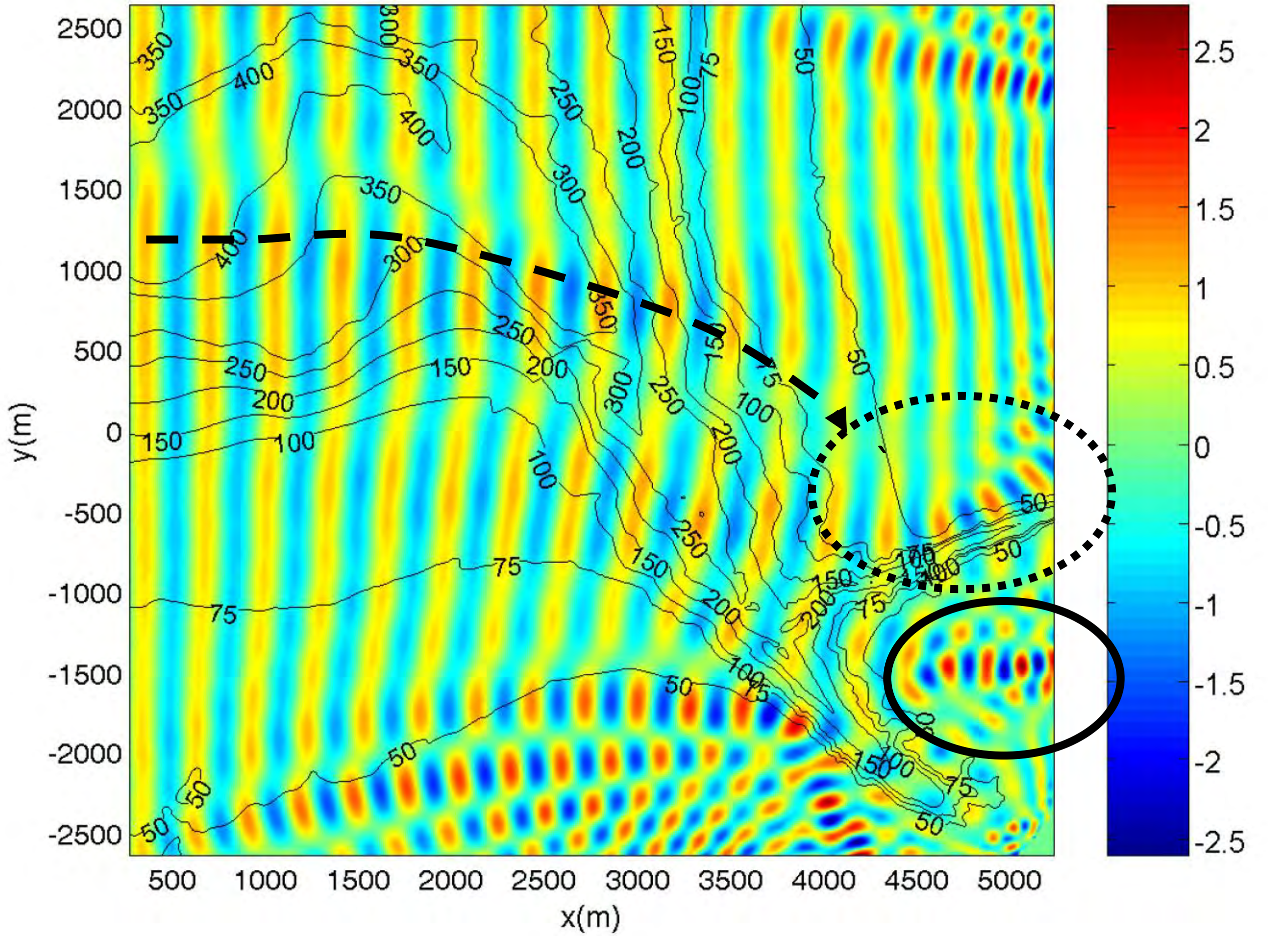
$$\sum_{n=-1}^{\infty} a_{mn}(x,y)\,\frac{\partial\varphi_n(x,y)}{\partial\boldsymbol{n}}=0,\qquad m=-1,0,1,....\quad (x,y)\in\partial^2\tilde{D}_V^{(2)}(R_\infty)$$

where $g_m(x,y)=-\left(\dfrac{\partial\phi_i(x,y,-h)}{\partial\ z}+\nabla h\cdot\nabla\phi_i(x,y,-h)\right)Z_m(-h\ ;x,y)\ =\ g(x,y)Z_m(-h\ ;x,y)$

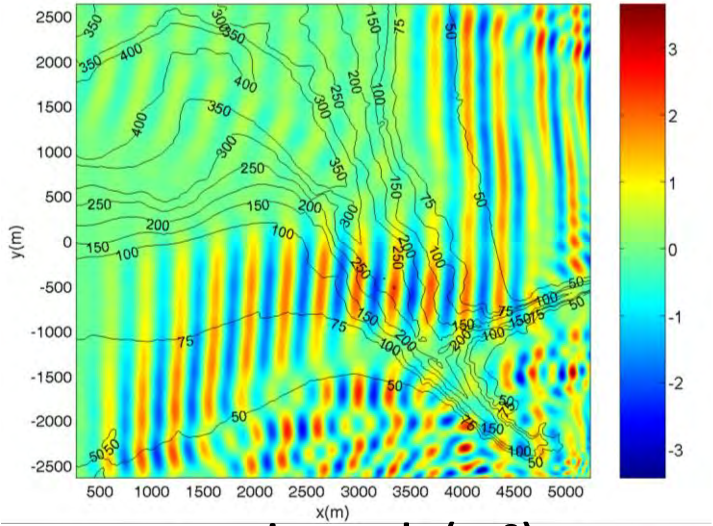
An important feature of the solution by means of the enhanced representation, is that:
it exhibits an improved rate of decay of the modal amplitudes: $\left|\varphi_n(x,y)\right|=O\left(n^{-4}\right)$

Thus, only *a few* ***number of modes suffice*** **to obtain a convergent solution.**

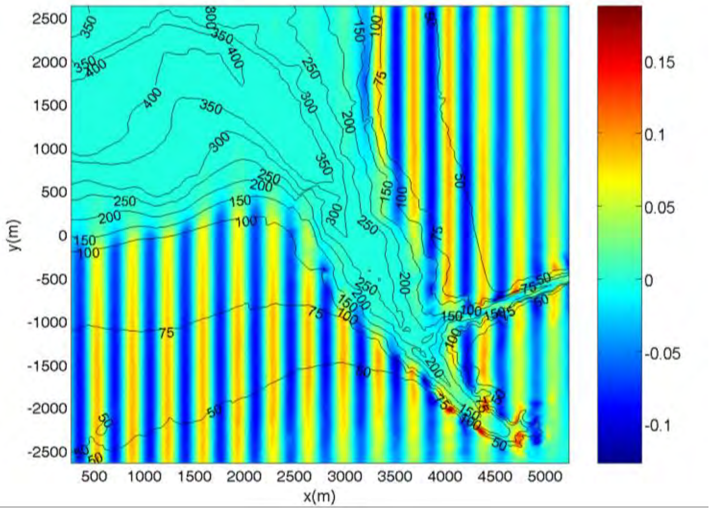
Υποθαλάσσιο φαράγγι. Συνολικό δυναμικό ταχύτητας για προσπίπτον κύμα περιόδου 15s



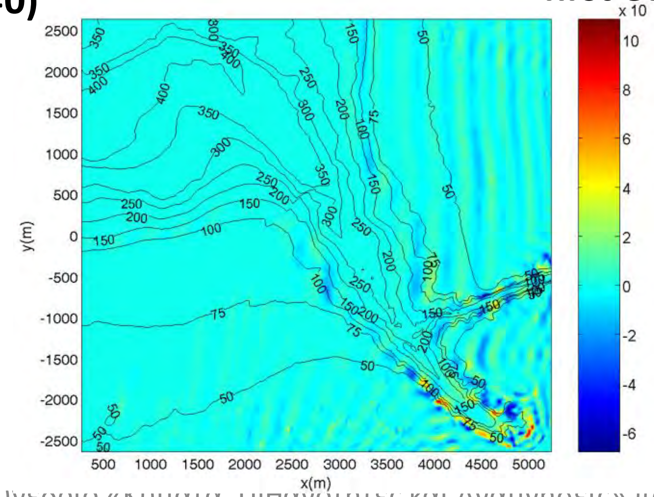
Υποθαλάσσιο φαράγγι. Modes του δυναμικού περίθλασής για προσπίπτον κύμα περιόδου 15s



propagating mode (n=0)



first evanescent mode (n=1)



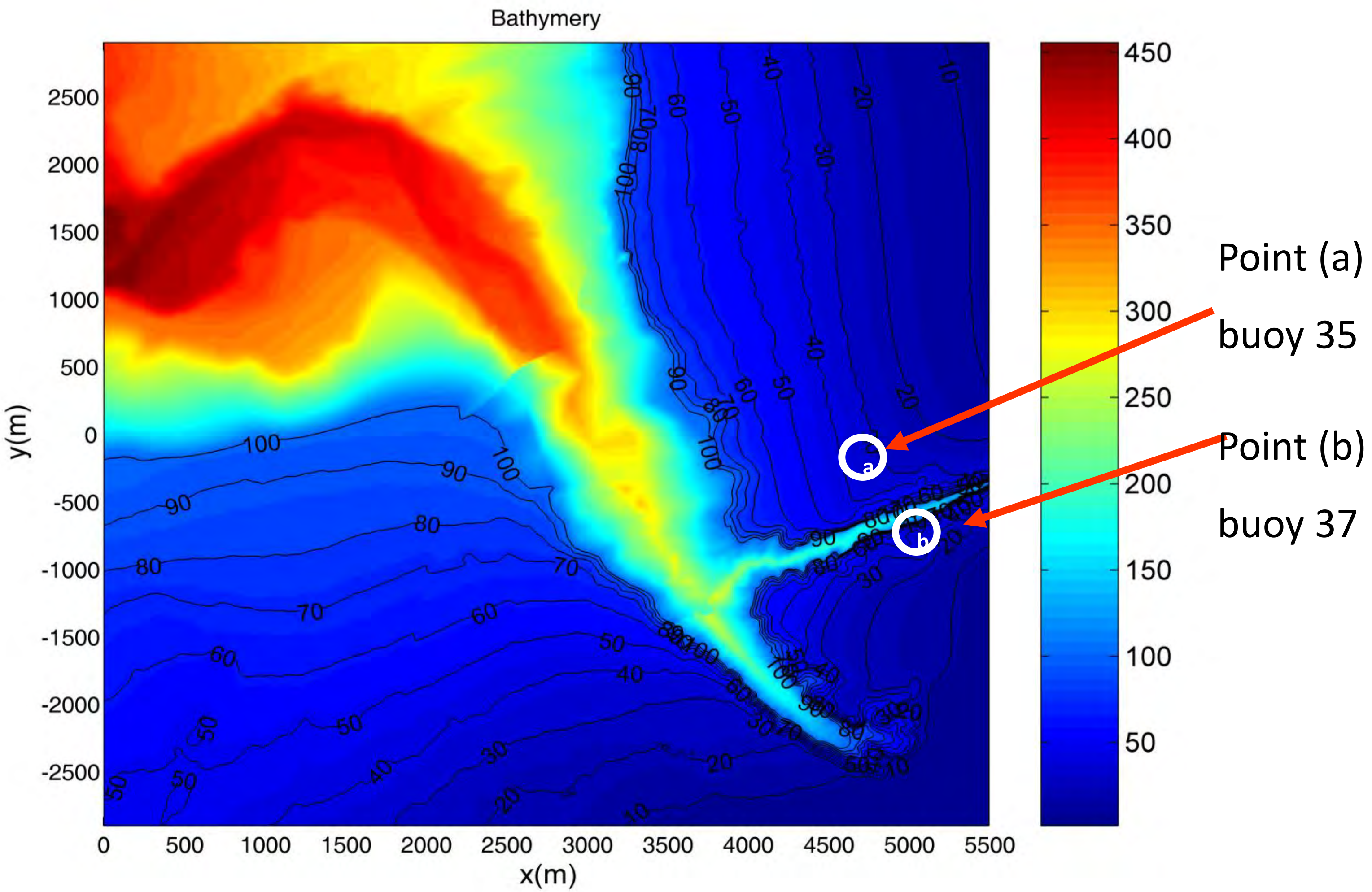
sloping-bottom mode (n= -1)

Υποθαλάσσιο φαράγγι. Περιοχή μετρήσεων πεδίου

Observed offshore swell system incident from west with:
$Hs = 1.08m$,
$Tp = 14.3s.$

- large area of the order of several kilometers
- very complex bottom topography
- many wave frequencies and directions

=> **huge amount of calculations!**



Η συνάρτηση μεταφοράς – Υπολογισμός φάσματος

$$S_M(\omega; x, y, z) = \int_\theta \left| K(\omega, \theta; x, y, z) \right|^2 \cdot S_{INC}(\omega, \theta)\, d\theta$$

Nearshore frequency spectrum at point (x,y,z)

Transfer function (calculated using deterministic model)

Offshore wave spectrum

where: $K(\omega, \theta; x, y, z) = \dfrac{M(x, y, z; \omega, \theta)}{H(\omega)/2}$

and $M(x, y, z; \omega, \theta)$ the associated quantity with the spectrum, e.g.:

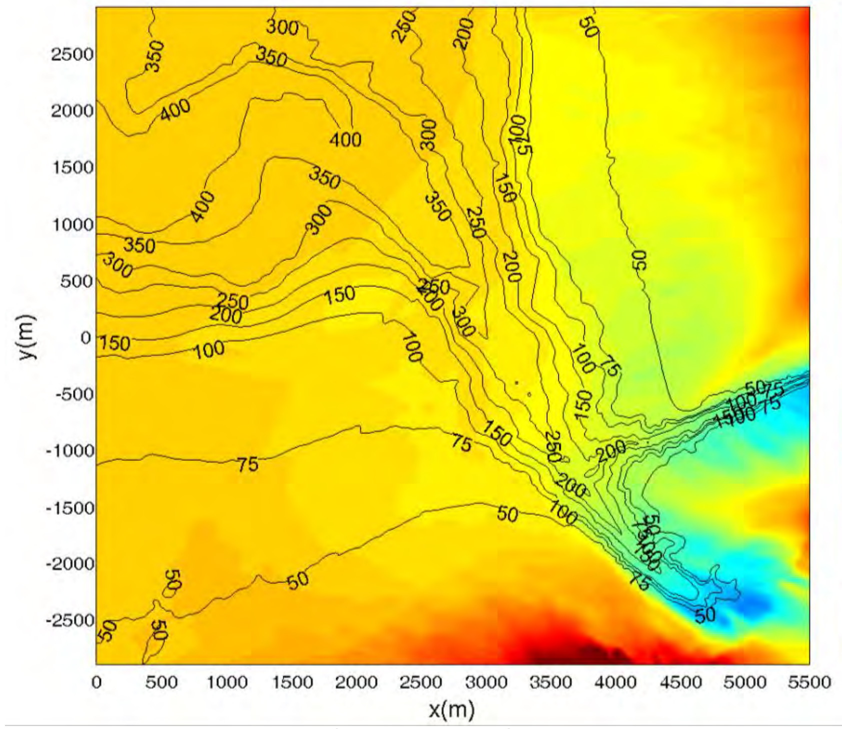
$$\eta(x, y; \omega, \theta) = \frac{i\omega}{g} \Phi(x, y, z = 0; \omega, \theta),$$

$$p(x, y, z; \omega, \theta) / \rho = i\omega \Phi(x, y, z; \omega, \theta)$$

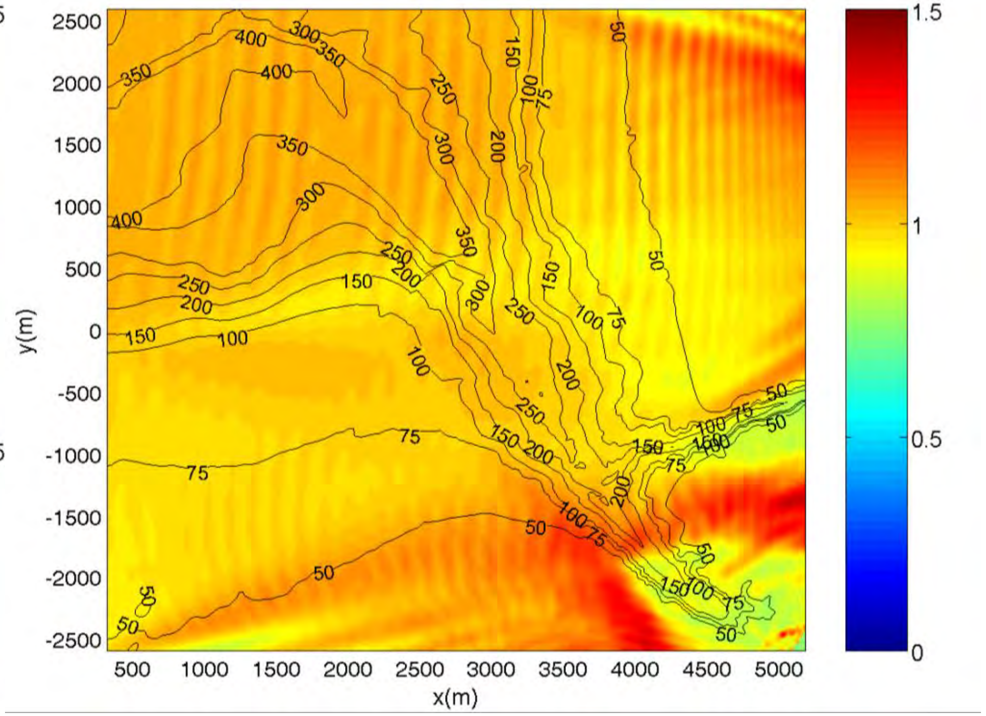
$$\vec{u}(x, y, z; \omega, \theta) = \nabla_{3D} \Phi(x, y, z; \omega, \theta)$$

Μετασχηματισμός κυματικών συνθηκών

SWAN 40.41



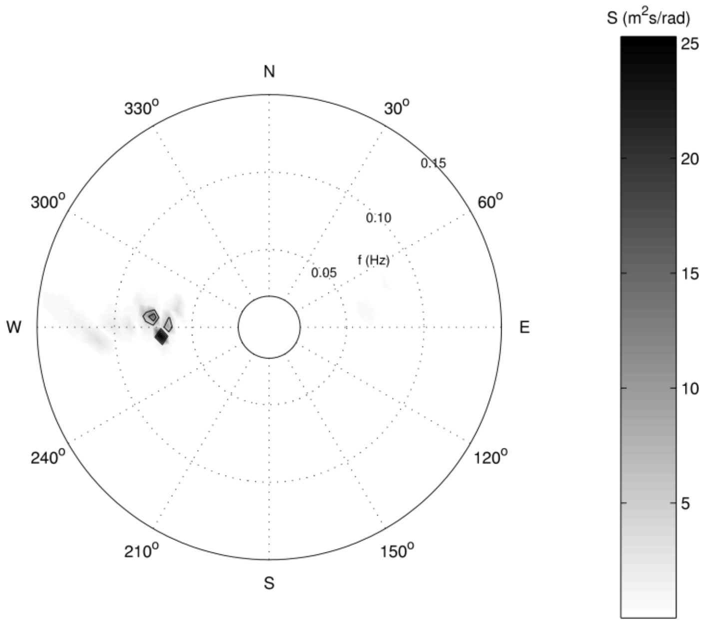
CCMM

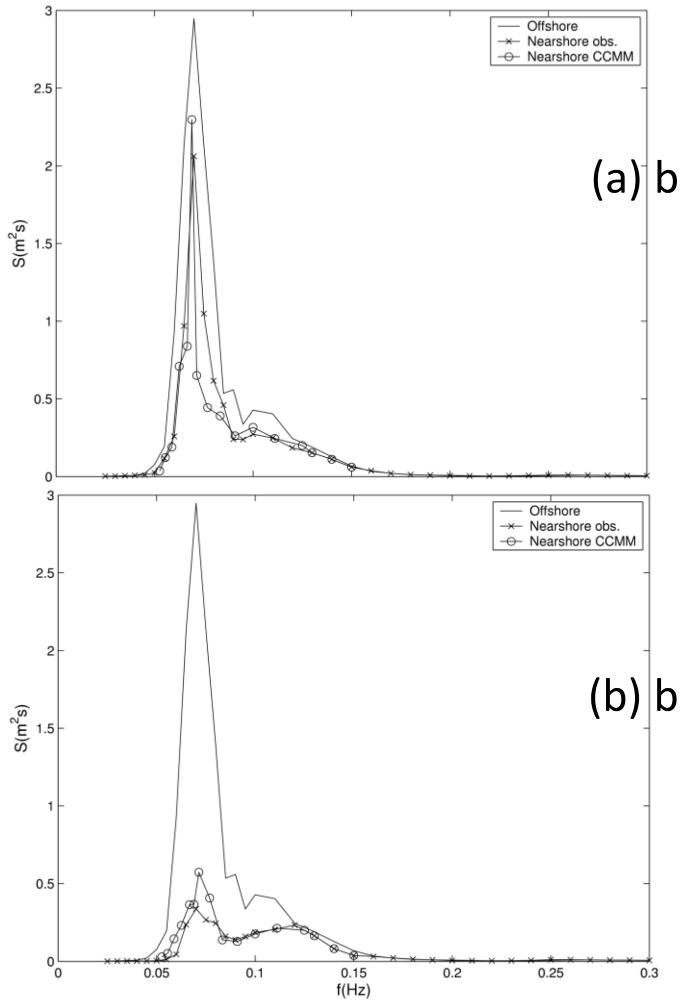


Distribution of the **significant wave height Hs**. Offshore : JONSWAP frequency spectrum with cosh-type spreading function with Hs = 1m, Tpeak = 15s

Μετασχηματισμός κυματικών συνθηκών

Offshore spectrum, Hs=1.08m, Tp=14.3s

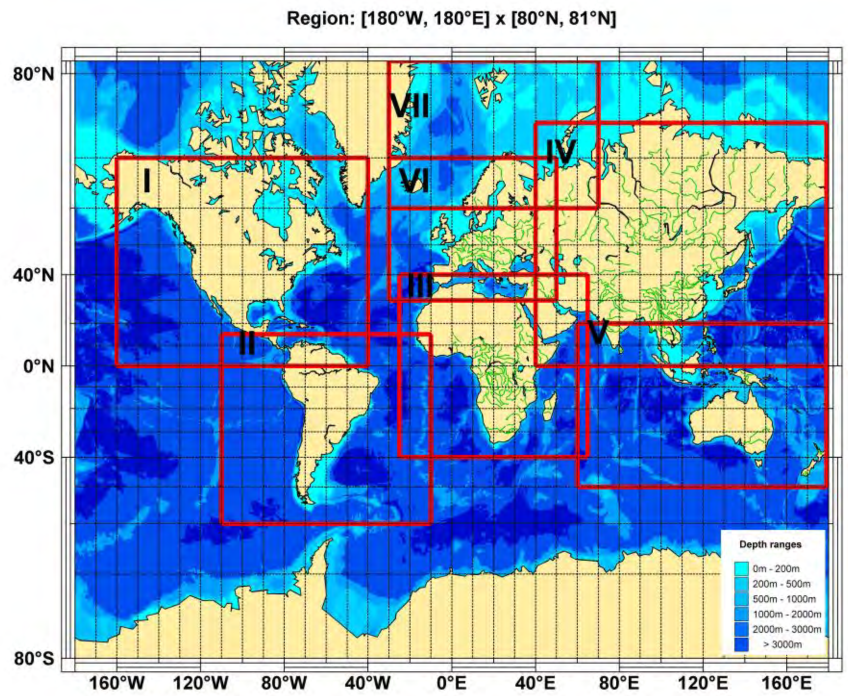




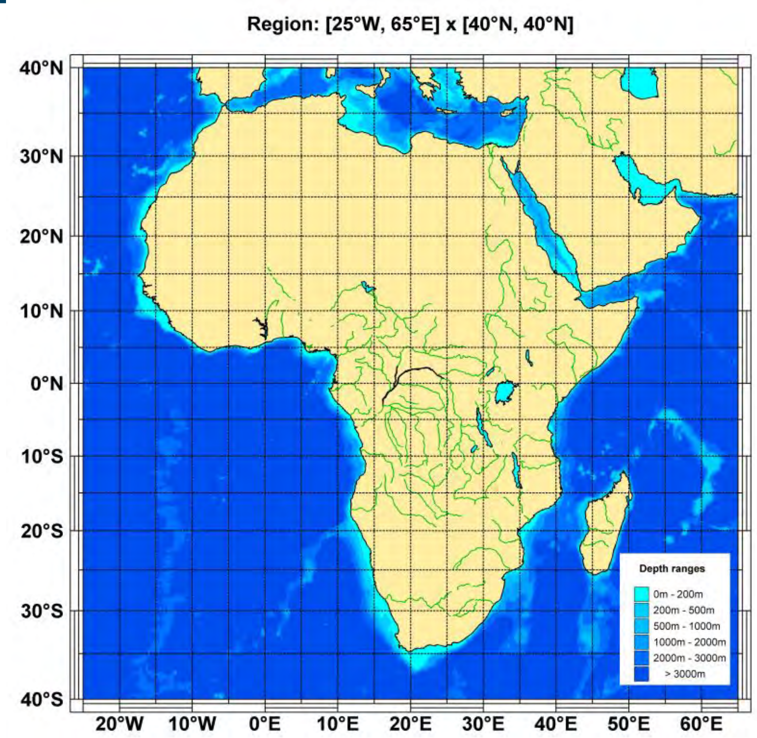
(a) buoy 35

(b) buoy 37

Κυματικά δεδομένα σε παγκόσμια κλίμακα



Subdivision of main (continental) geographical regions



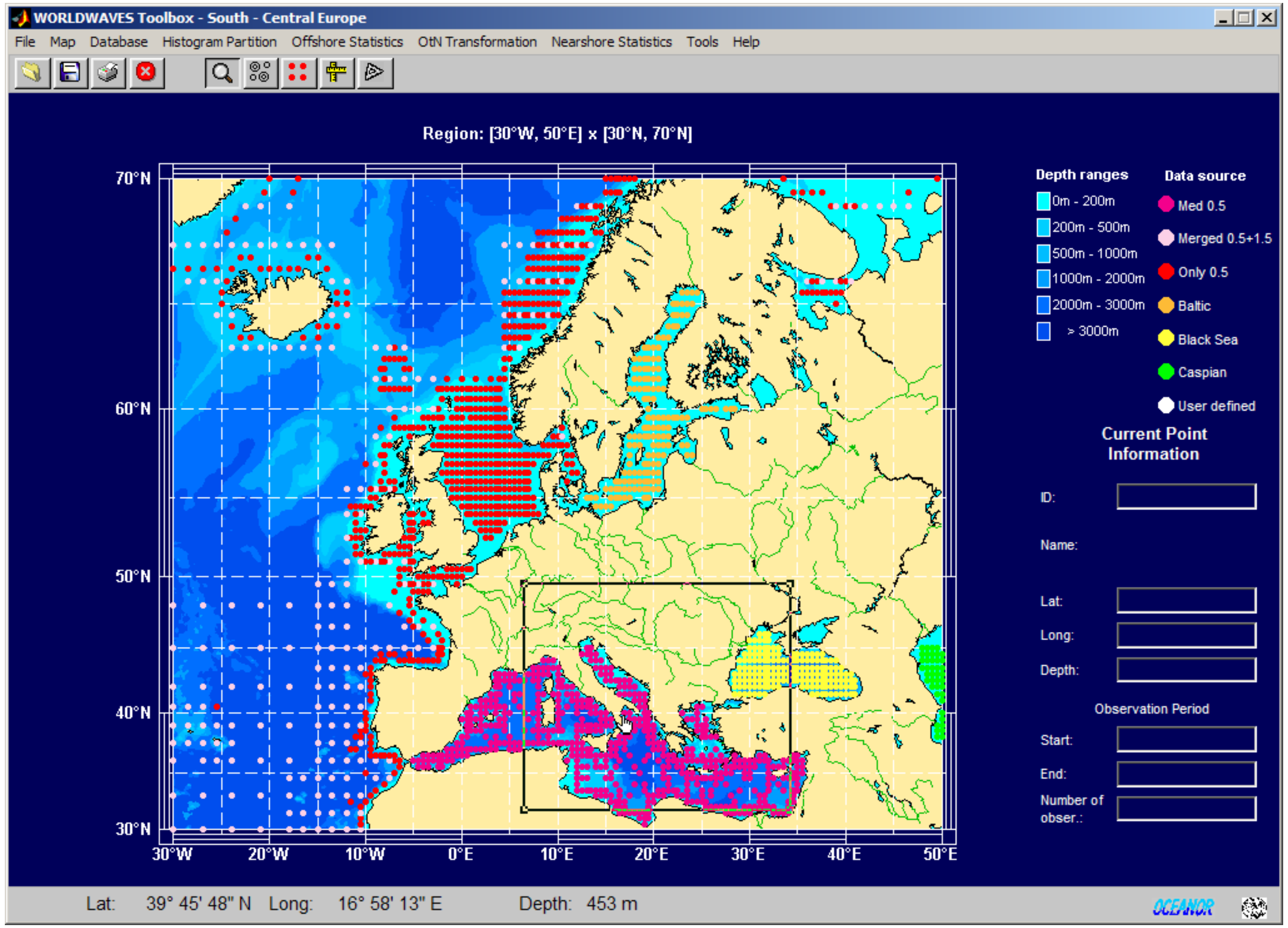
Continental Region III: Africa and Arabic peninsula

Bathymetry: NAVOCEANO 2002, DBDB-V, Version 4.0: Naval Oceanographic Office http://128.160.23.42/dbdbv/dbdbv.html

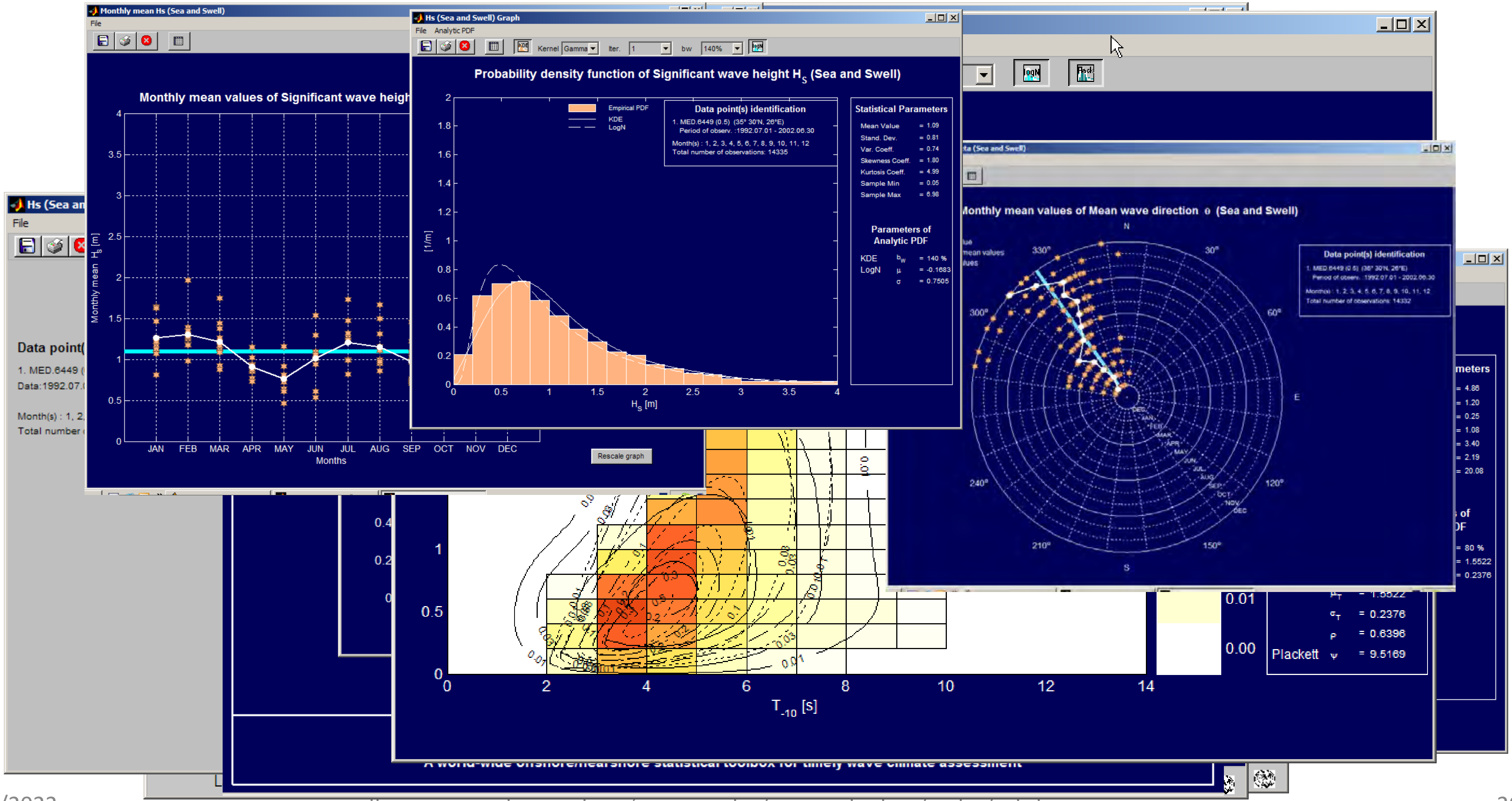
Coastline GMT – GSHHS: Wessel, P., Smith, W. H. F., 1996, ‘A global, self-consistent, hierarchical, high-resolution shoreline database’, *Journal of Geographical Research*, **101**, pp. 8741-8743.

Κυματικά δεδομένα σε παγκόσμια κλίμακα

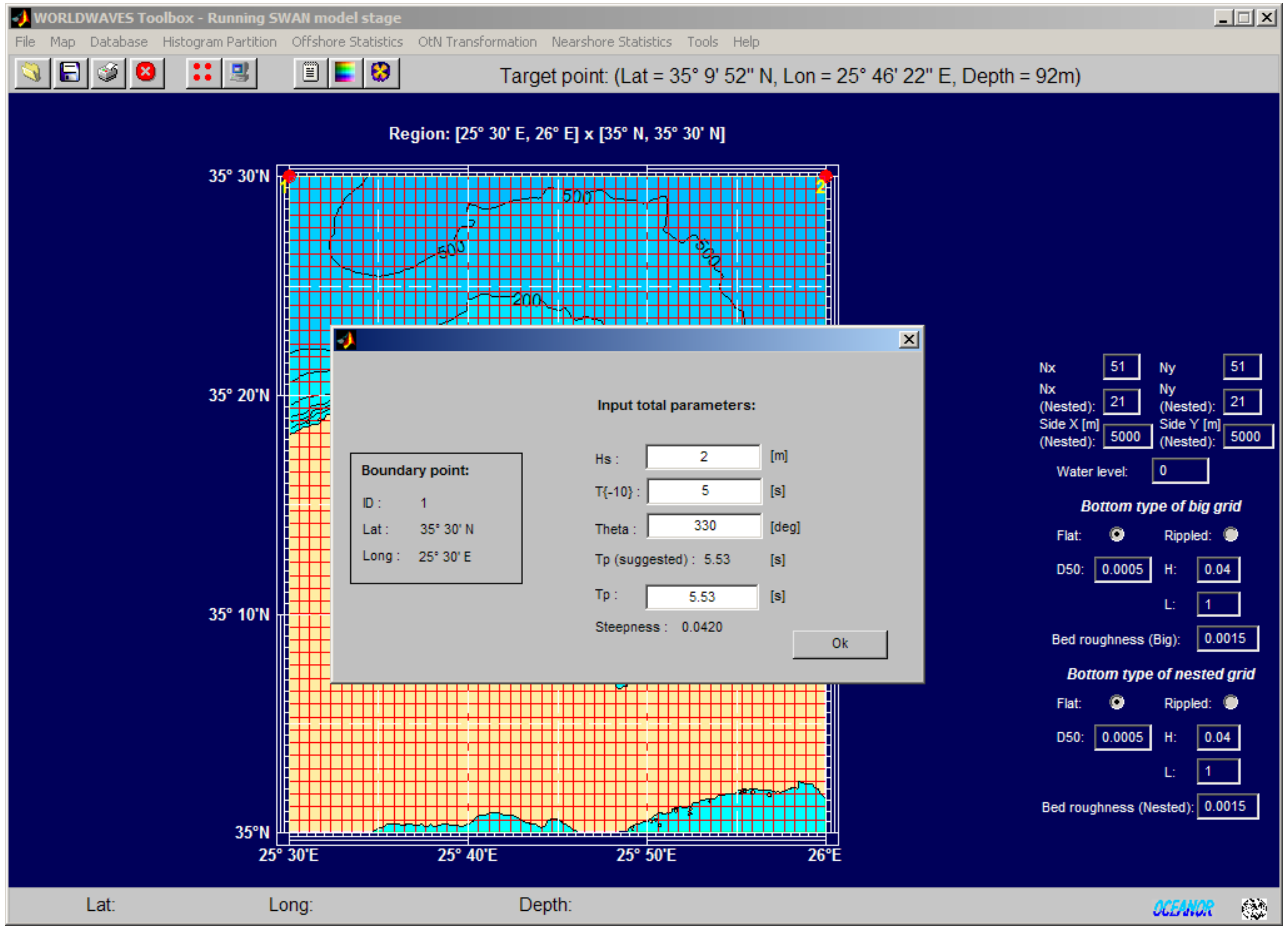
- The **global WAM database** consists of **6 hourly time series of Hs, T and direction for wind sea and swell** as well as **wind speed and direction**.
- A **10-year database globally is available** initially and only offshore data along the global coastline are **calibrated** against Topex and buoy data.
- This initial model data consists of
  - ERA-40 (hindcast) data at 1.5° resolution for 1994-1996,
  - Operational data at 0.5° resolution from 1996-2003 (updated globally each month),
  - Satellite ERS-1 and ERS-2 data have been assimilated operationally.



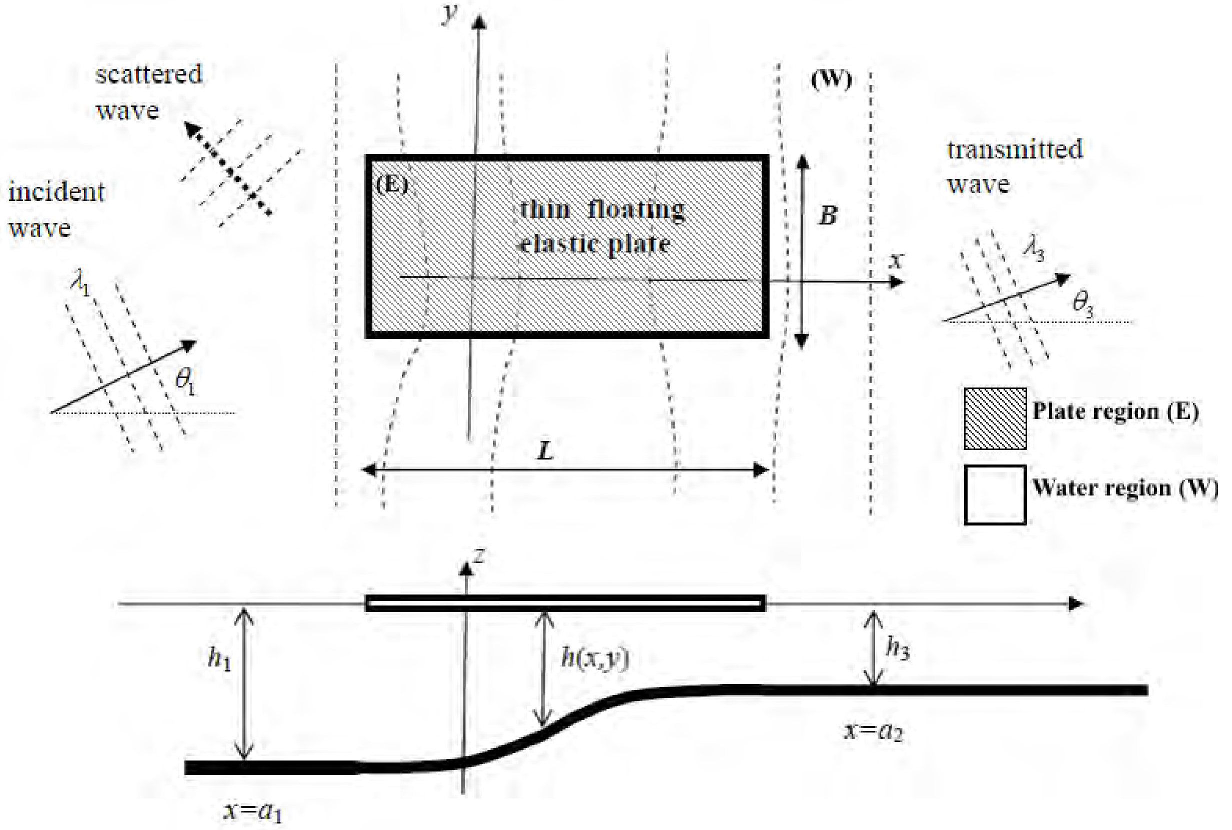
Κυματικά δεδομένα σε παγκόσμια κλίμακα



Κυματικά δεδομένα σε παγκόσμια κλίμακα



Υδροελαστική ανάλυση πολύ μεγάλων πλωτών σωμάτων σε περιοχή μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας



[Gerostathis, Th.P., Belibassakis, K.A., Athanassoulis, G.A., 2016, JOEME, Vol 2, 159–175]

Υδροελαστική ανάλυση πολύ μεγάλων πλωτών σωμάτων σε περιοχή μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας

Boundary-Value problem $\left(\nabla^2 + \partial_z^2\right)\varphi = 0,$

in $-h(x,y) < z < 0, \quad (x,y) \in W \cup E$

Boundary conditions : $\partial_z \varphi - \mu\varphi = 0$ on $z = 0, (x,y) \in W$

$\partial_z \varphi + \nabla h \nabla \varphi = 0$ on $z = -h, (x,y) \in W \cup E$

Dynamical equation on plate: $\nabla^2\left(d\nabla^2 w\right) + (1-\varepsilon) w = \dfrac{i\mu}{\omega}\varphi(x)$ on $z = 0, (x,y) \in E$

Plate edge conditions :
(the ends of the plate are free of shear force and moment)

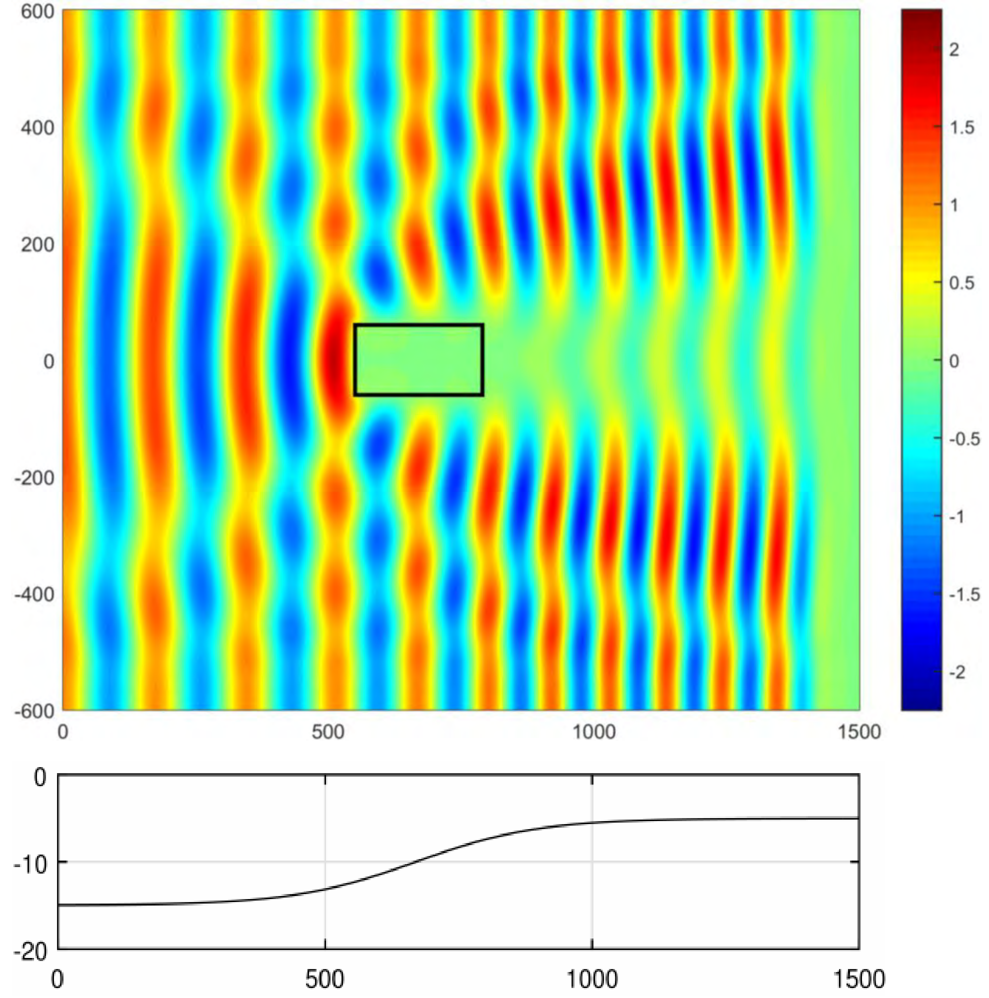
$$\frac{\partial^3 w}{\partial n^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial n \partial^2 s} = 0 \quad \text{at } (x,y) \in \partial W$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} = 0 \quad \text{at } (x,y) \in \partial W$$

where $\varepsilon = m\omega^2 / \rho g \quad d = Et^3 / 12\left(1-\nu^2\right)\rho g$

E: elastic modulus
t: plate thickness
ν: Poisson's ration
ρ: fluid density
m: mass per unit area of plate

Υδροελαστική ανάλυση πολύ μεγάλων πλωτών σωμάτων σε περιοχή μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας

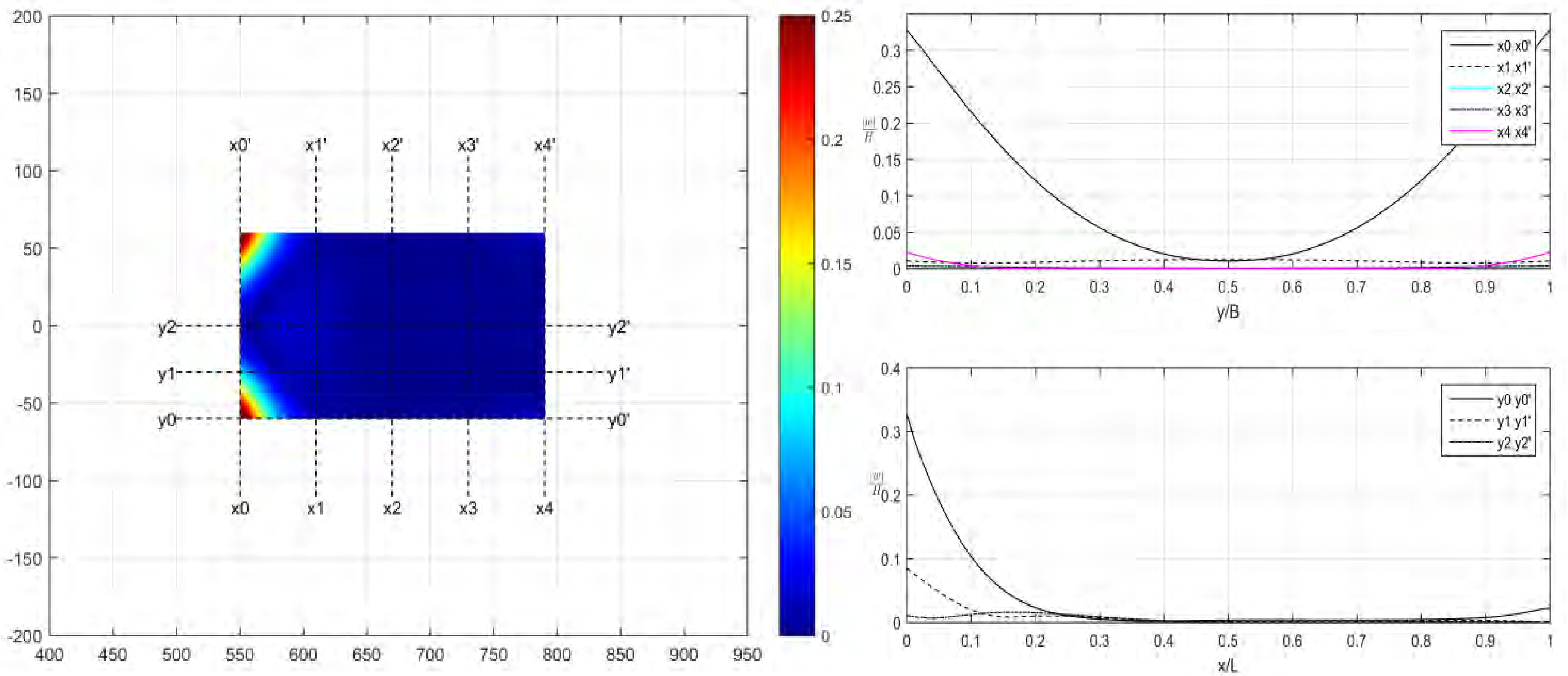


Wavefield, in the case of waves of period T=15s normally incident on a large floating structure over the smooth shoal.

A strong diffraction pattern is predicted by the present method with dominant reflective effects in front of the plate.

(L=240m, B=120m)

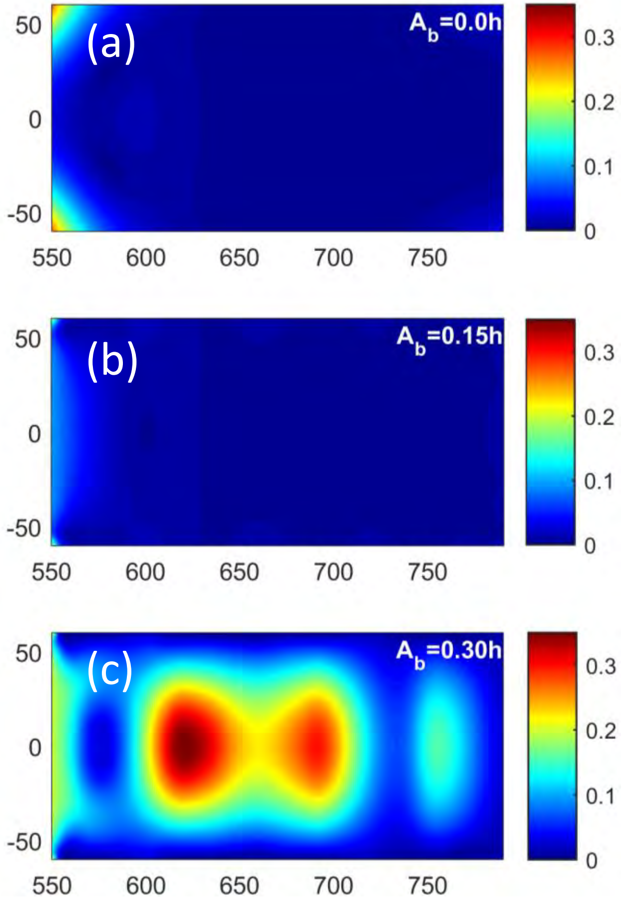
Υδροελαστική ανάλυση πολύ μεγάλων πλωτών σωμάτων σε περιοχή μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας



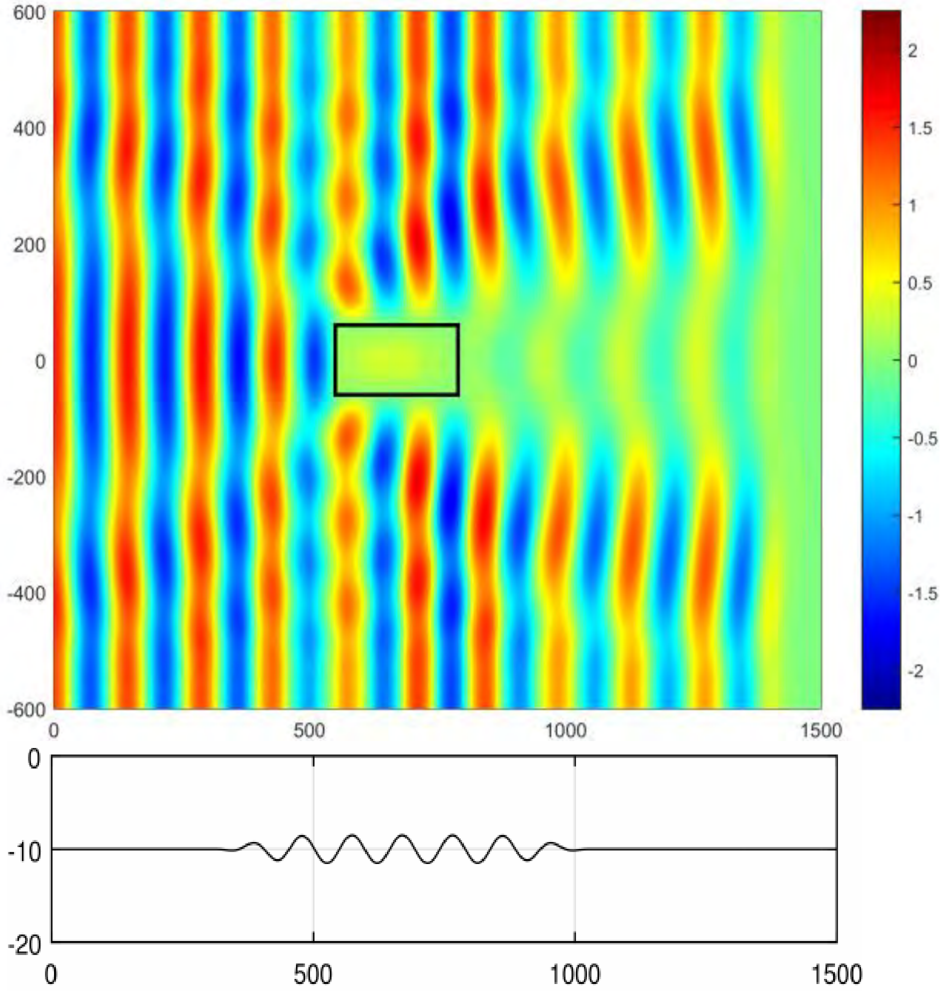
a) Distribution of normalized plate deflection of the elastic plate. The wave incidence is normal.

b) Normalized plate deflection along the longitudinal and transverse sections shown in (a).

Υδροελαστική ανάλυση πολύ μεγάλων πλωτών σωμάτων σε περιοχή μεταβαλλόμενης βαθυμετρίας



Modulus of plate deflection.
(a) horizontal bottom,
(b) undulating bottom with 15% amplitude,
(c) undulating bottom with 30% amplitude.



Variations on the wave field and the elastic plate deflection for undulating bottom with corrugation amplitude

Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία

- The **free-surface elevation** and the wave velocities are **assumed small**. The problem satisfies the **linearsed water waves** equations.

- We consider time harmonic wave field potential and free surface elevation,

$$\Phi(\mathbf{x},z;t)=\mathrm{Re}\left\{-\frac{igH}{2\omega}\varphi(\mathbf{x},z;\mu)\cdot\exp(-i\omega t)\right\}$$

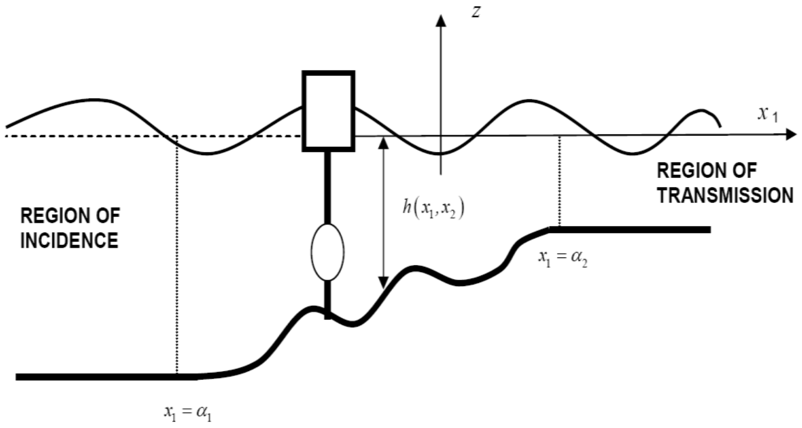
$$\eta(\mathbf{x};t)=-\frac{1}{g}\frac{\partial\Phi(\mathbf{x},z=0)}{\partial t}$$

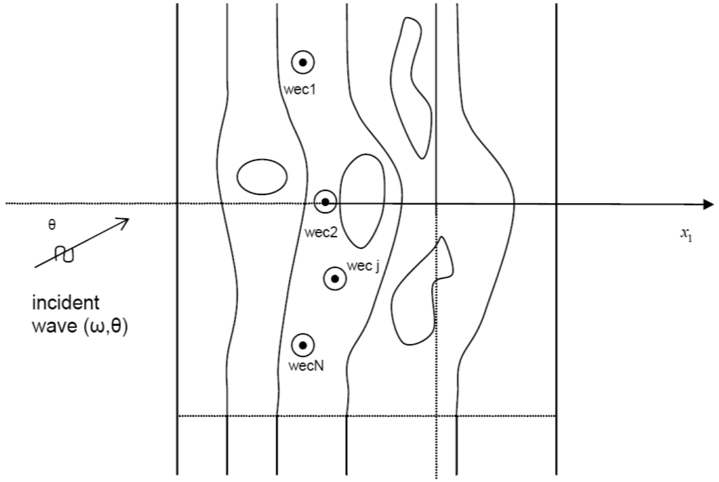
- $\varphi(\mathbf{x},z;\mu)$ is the **normalized complex potential** in the freq. domain. From standard theory,

$$\varphi(\mathbf{x},z)=\varphi_P(\mathbf{x},z)+\varphi_D(\mathbf{x},z)+\frac{2\omega^2}{gH}\varphi_R(\mathbf{x},z)$$

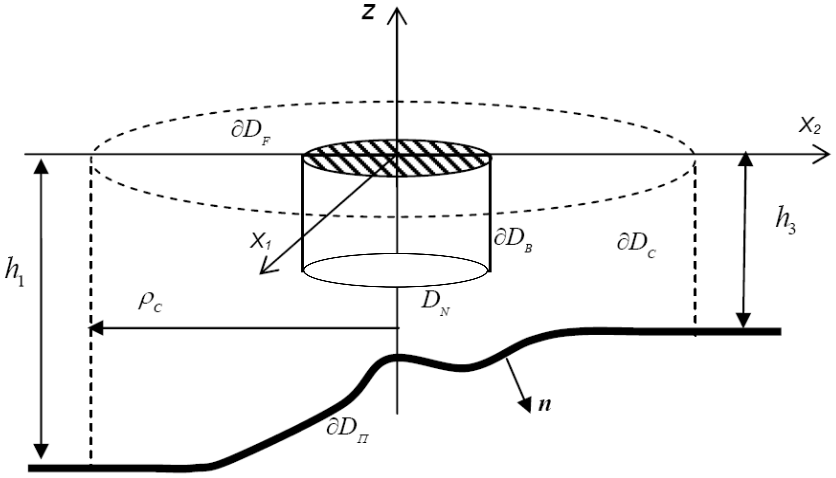
$$\varphi_D(\mathbf{x},z)=\sum_{k=1}^{N}\varphi_{D,k}(\mathbf{x},z)\qquad \varphi_R(\mathbf{x},z)=\sum_{k=1}^{N}\sum_{\ell=1}^{6}\xi_{k\ell}\varphi_{k\ell}(\mathbf{x},z)$$

Diffraction potentials **Radiation potentials**





Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία



(Belibassakis EABE 2008)

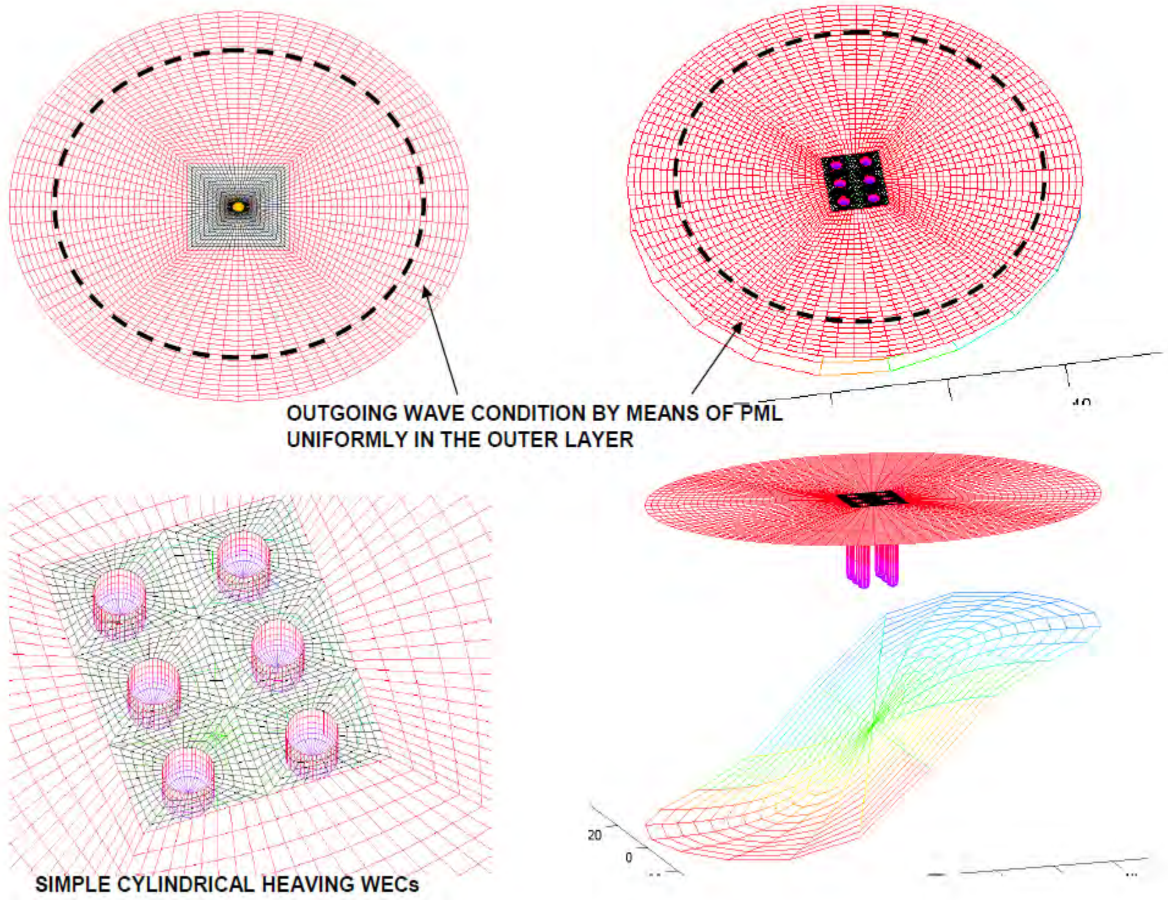
The problems of the diffraction and **radiation potentials**, are treated by means of **low-order Boundary Element Method**

$$\varphi_{D,R}(\boldsymbol{r}) = \int_{\partial D_N} \sigma(\boldsymbol{r}_0)\, G(\boldsymbol{r}\,|\,\boldsymbol{r}_0)\, dS(\boldsymbol{r}_0), \quad \boldsymbol{r} \in D_N \quad \text{where} \quad G(\boldsymbol{r}\,|\,\boldsymbol{r}_0) = 1/4\pi\ |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0|$$

$$\varphi(\mathbf{r}) \approx \sum_p F_p \Phi_p(\mathbf{r}), \quad \nabla\varphi(\mathbf{r}) \approx \sum_p F_p \mathbf{U}_p(\mathbf{r})$$

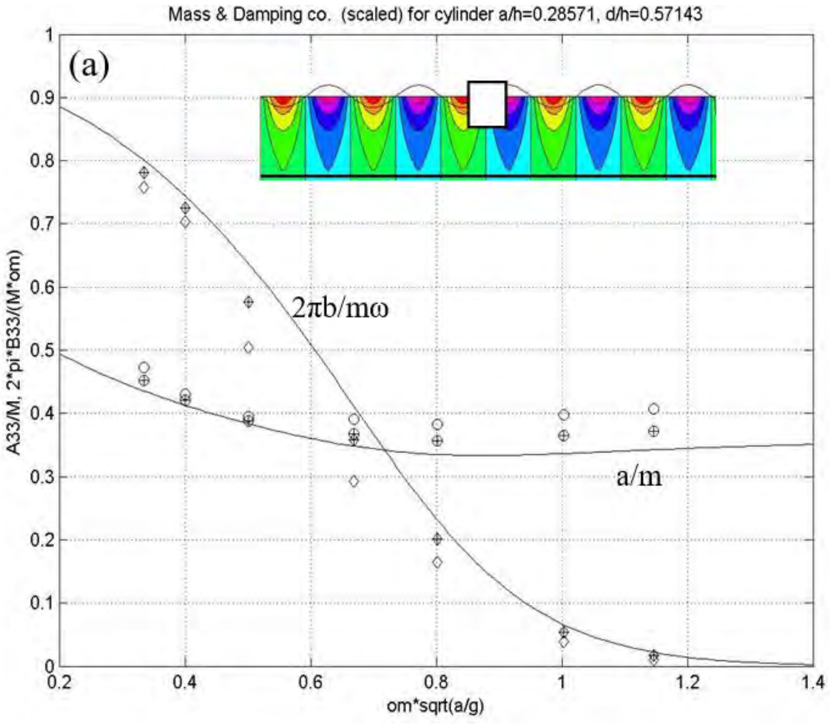
$\Phi_p(\mathbf{r}), \mathbf{U}_p(\mathbf{r})$: induced potential and velocity by the p-th element to point ***r***

Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία

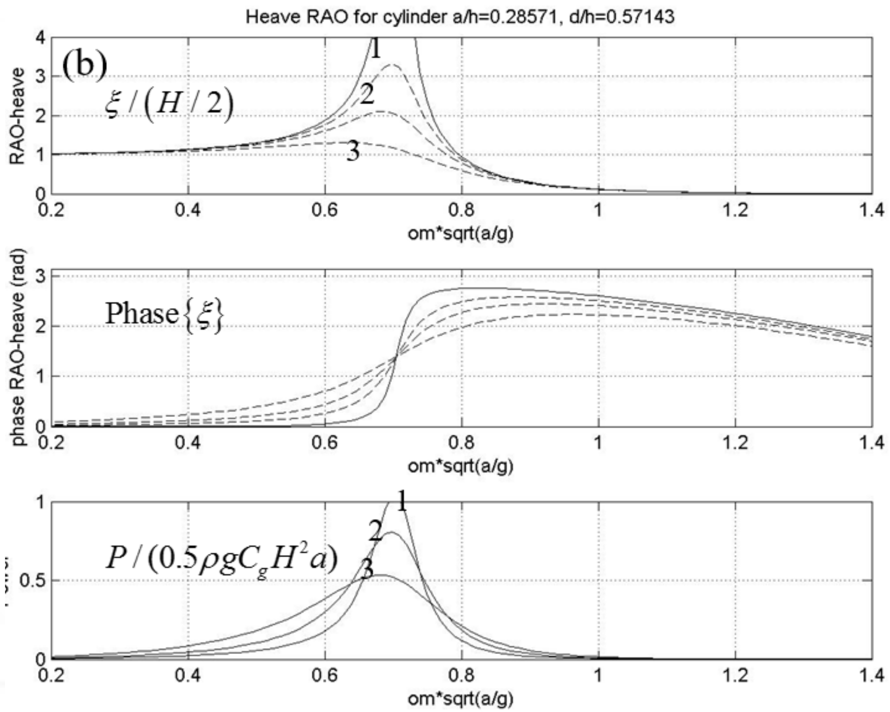


Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία

Cylindrical WEC: radius a=10m, draft d=1.5a, depth h=3.5a



$\omega\sqrt{a/g}$



$\omega\sqrt{a}/g$

(1): Bs/bm = 10
(2): Bs/bm = 20
(3): Bs/bm = 30

Bs: Power Take Off (PRO) dumping coeff
bm: mean value of hydrodynamic damping

Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία

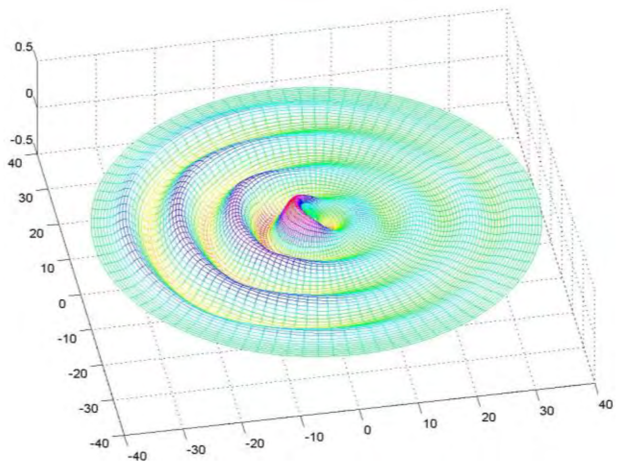
Cylindrical WEC

Radius a=10m,

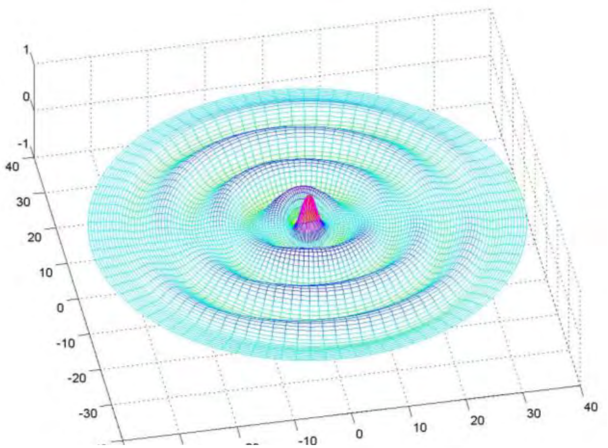
Draft d=1.5a,

Non-dim. freq: $\omega\sqrt{h/g} = 1.5$

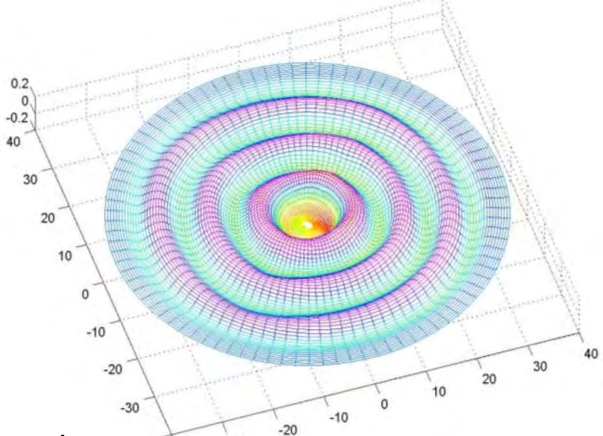
[Belibassakis K., Gerostathis Th., Athanassoulis G.A., 2016, RENEW]



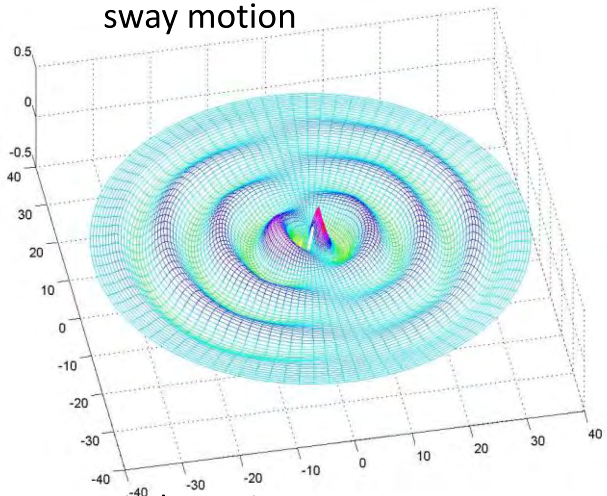
free surface of diffraction field



sway motion

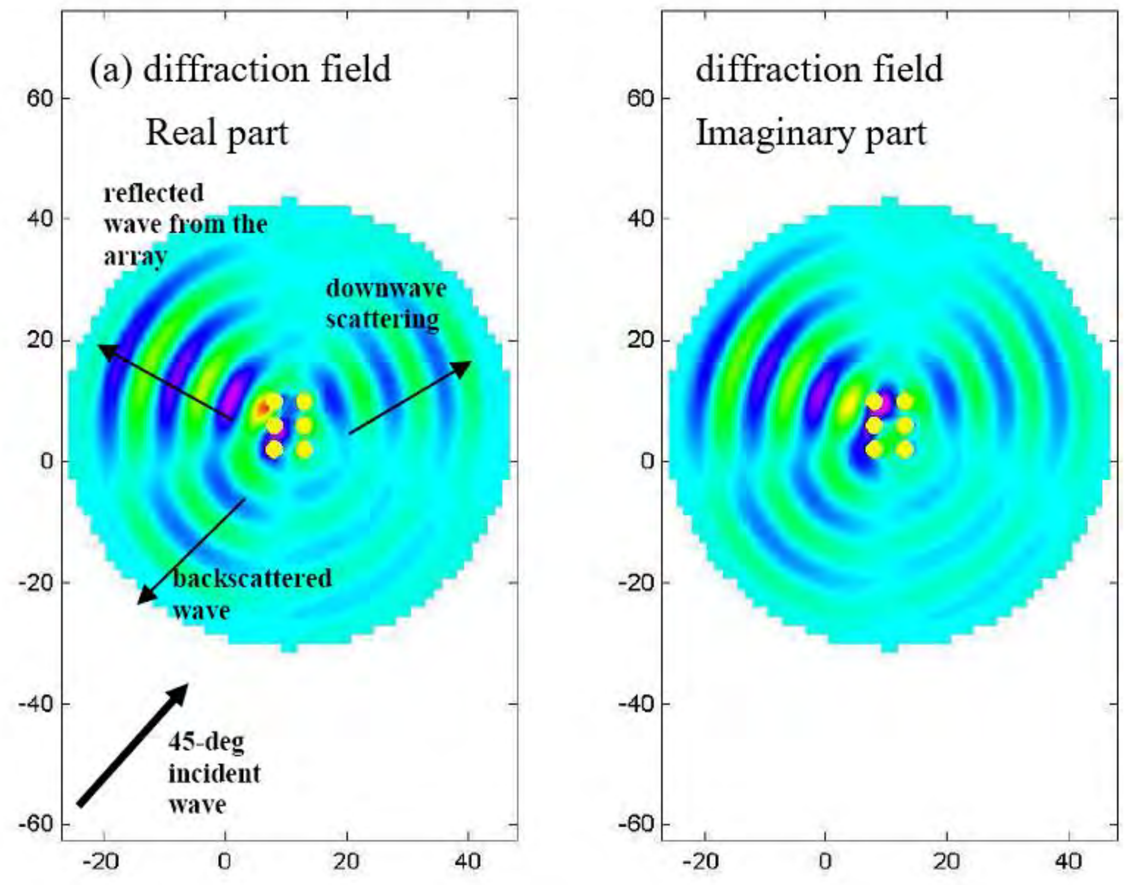


heave motion



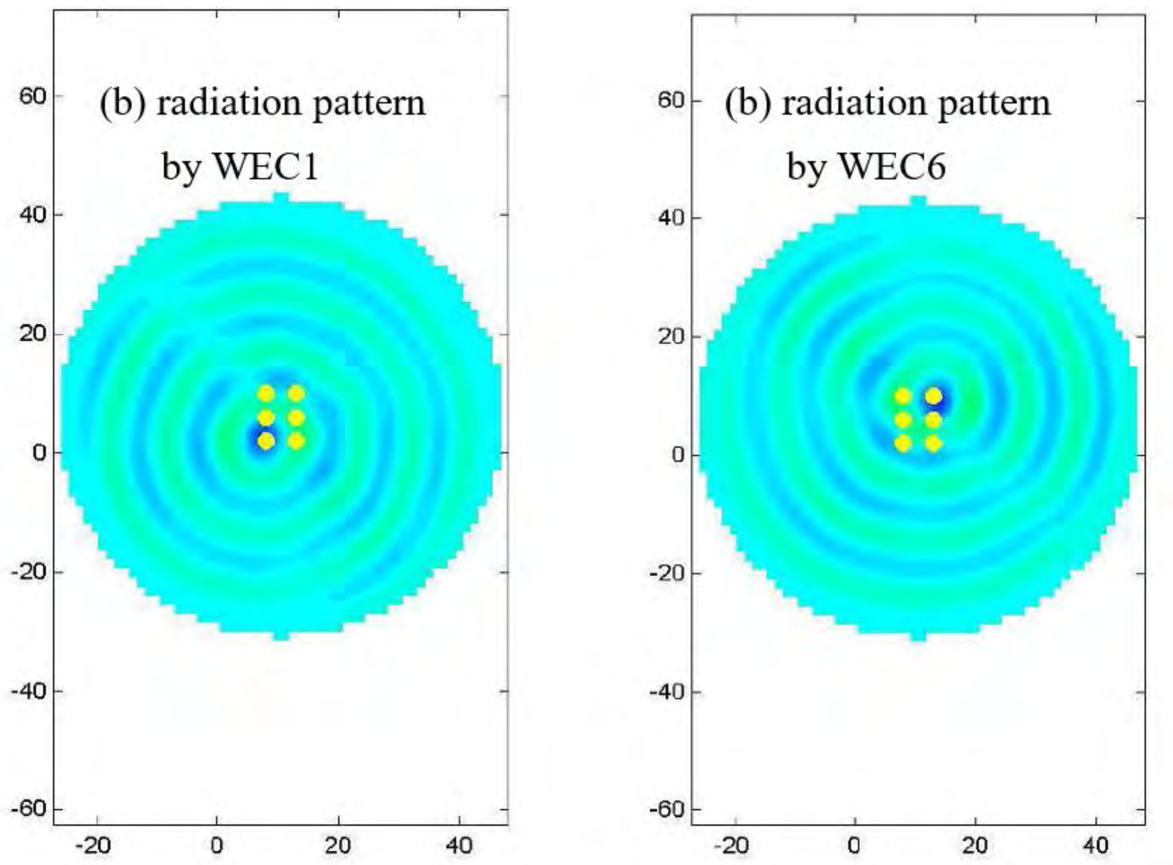
pitch motion

Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία

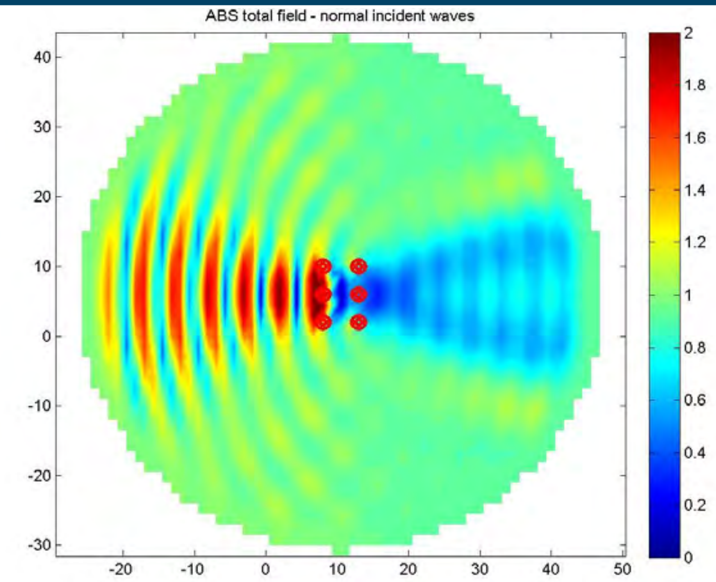


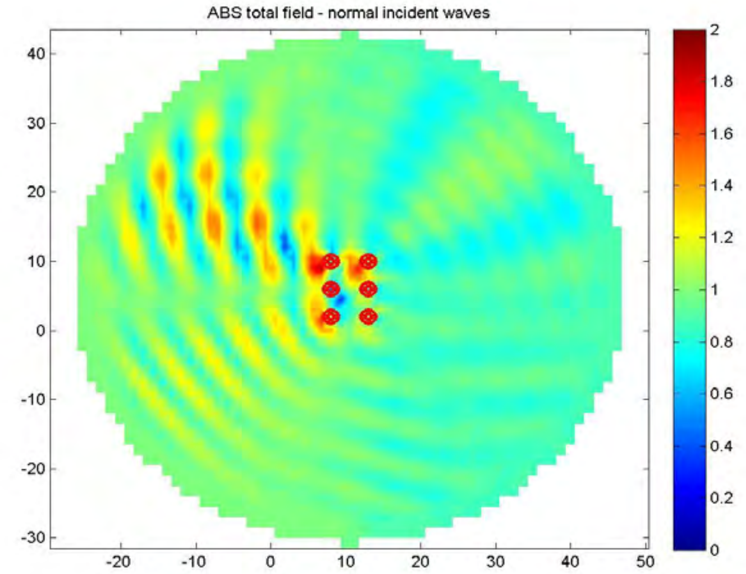
Diffraction pattern for 3x2 WECs for the case of 45deg incident wave conditions ($\omega\sqrt{h_m / g} = 1.5$)

Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία



Συστοιχία WEC σε μεταβαλλόμενη βαθυμετρία





B_S / b_m (PTO)	5	10	20
$\lvert\xi_3\rvert / (H/2)$	0.86	0.76	0.58
$P/(0.5\rho g C_g H^2 a)$	11.8%	17.6%	20.4%
q(0deg)	0.92	0.80	0.65
q(45deg)	0.77	0.66	0.53

Power output of the array for $\omega\sqrt{h_m / g} = 1.5 \quad \left(\omega\sqrt{a/g} = 0.8\right)$

Συμπεράσματα και προτάσεις

Συμπεράσματα

- Η θεωρία συζευγμένων ιδιομορφών μπορεί να εφαρμοσθεί σε πληθώρα προβλημάτων ως βασικό μοντέλο υποβάθρου για τον υπολογισμό του κυματικού πεδίου σε πολλές εφαρμογές. Η γρήγορη σύγκλιση επιτρέπει την χρήση μόνο ενός μικρού αριθμού ιδιομορφών
- Ο συνδυασμός των μοντέλων με μεθόδους παράλληλης επεξεργασίας μπορεί οδηγήσει στην αντιμετώπιση προβλημάτων μεγάλης κλίμακας.

Προτάσεις

- Επέκταση των εφαρμογών με χρήση ασθενώς μη γραμμικών ή πλήρως μη γραμμικών μοντέλων συζευγμένων ιδιομορφών
- Ανάπτυξη σύγχρονου ανοικτού πακέτου λογισμικού, σε γλώσσα υψηλού επιπέδου, με μοντέλα συζευγμένων ιδιομορφών και χρήση παράλληλης επεξεργασίας σε CPUS και GPUS.

Δάσκαλε σ’ ευχαριστώ!